Misión imposible en Königsberg

Un fisquito de Matemáticas

Misión imposible en Königsberg

Ethan Hunt (Tom Cruise) en **“Mission: Impossible”**

Misión imposible en Königsberg

Misión imposible en Königsberg

Leonhard Euler (Basilea, Suiza, 1707 - San Petersburgo, Rusia, 1783)

Misión imposible en Königsberg

Misión imposible en Königsberg

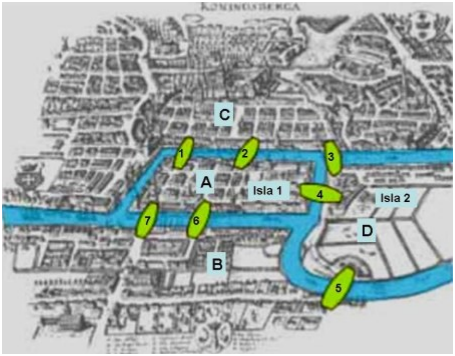
¿Es posible recorrer todas las zonas de la ciudad, atravesando todos los puentes, una y sólo una vez cada uno de ellos?

Misión imposible en Königsberg

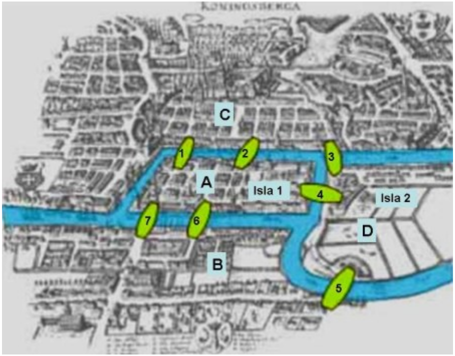
¿Es posible recorrer todas las zonas de la ciudad, atravesando todos los puentes, una y sólo una vez cada uno de ellos?

Un comité de ciudadanos visitó, en 1735, a Leonhard Euler, para pedirle que resolviera el problema.

Misión imposible en Königsberg.



Misión imposible en Königsberg.



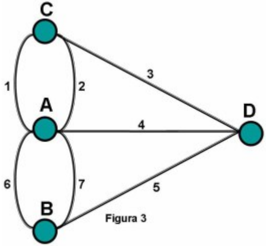


Figura 3

Misión imposible en Königsberg.

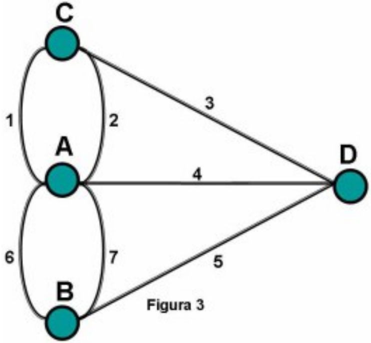


Figura 3

Misión imposible en Königsberg.

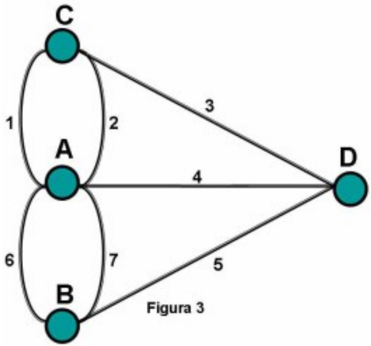
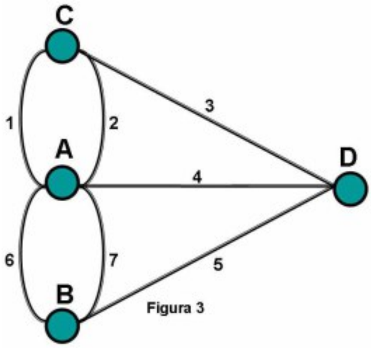


Figura 3

- **Grafo**: Conjunto de puntos llamados *vértices* y un conjunto de líneas que los unen llamadas *aristas* (aplicaciones en informática, ciencias de la computación, telecomunicaciones, etc.)

Misión imposible en Königsberg.



- **Grafo**: Conjunto de puntos llamados *vértices* y un conjunto de líneas que los unen llamadas *aristas* (aplicaciones en informática, ciencias de la computación, telecomunicaciones, etc.)
- El problema se reduce a dibujar la figura de un solo trazo: sin levantar el lápiz y sin recorrer una misma línea dos veces **camino euleriano**)

Razonamiento de Euler:

Misión imposible en Königsberg

Razonamiento de Euler:

Supongamos que un tal recorrido fuera posible (en un grafo cualquiera):

Razonamiento de Euler:

Supongamos que un tal recorrido fuera posible (en un grafo cualquiera):

Si uno llega a un vértice a través de una arista entonces debe salir por una arista distinta, lo que nos lleva a que: *en cada vértice el número de aristas que confluyen debe ser par*.

Razonamiento de Euler:

Supongamos que un tal recorrido fuera posible (en un grafo cualquiera):

Si uno llega a un vértice a través de una arista entonces debe salir por una arista distinta, lo que nos lleva a que: *en cada vértice el número de aristas que confluyen debe ser par*.

Si el vértice de salida es *distinto* del de llegada esta regla tiene dos excepciones:

(i) el *vértice de salida* (no hay que llegar)

(ii) el *vértice de llegada* (no hay que salir)

Misión imposible en Königsberg

Resumiendo, si existiera un camino euleriano, habría dos posibilidades:

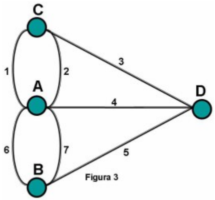
- **Si el vértice de partida y de llegada es el mismo**: entonces *en todos los vértices concurren un número par de aristas*.
- **Si los vértices de partida y de llegada son distintos**: entonces *hay dos vértices con número impar de aristas* (el de partida y el de llegada) y *todos los demás tienen un número par de aristas*.

Misión imposible en Königsberg

Resumiendo, si existiera un camino euleriano, habría dos posibilidades:

- **Si el vértice de partida y de llegada es el mismo**: entonces *en todos los vértices concurren un número par de aristas*.
- **Si los vértices de partida y de llegada son distintos**: entonces *hay dos vértices con número impar de aristas* (el de partida y el de llegada) y *todos los demás tienen un número par de aristas*.

En el caso de los puentes de Königsberg:



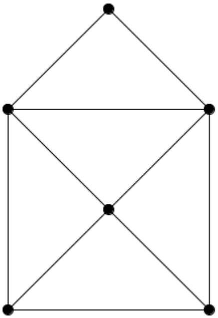
Tenemos: (5,3,3,3) todos impares. Es ¡IMPOSIBLE! un tal recorrido.

Misión imposible en Königsberg.

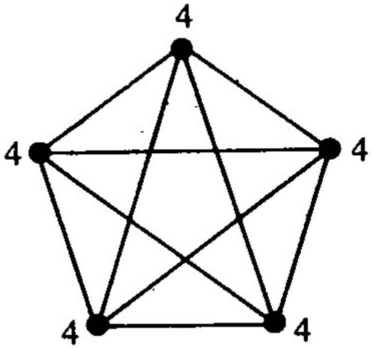
El recíproco también es cierto para cualquier grafo. Ejemplo:

Misión imposible en Königsberg.

El recíproco también es cierto para cualquier grafo. Ejemplo:



Misión imposible en Königsberg.



Misión imposible en Königsberg

¡GRACIAS POR SU ATENCIÓN!