

Geometría

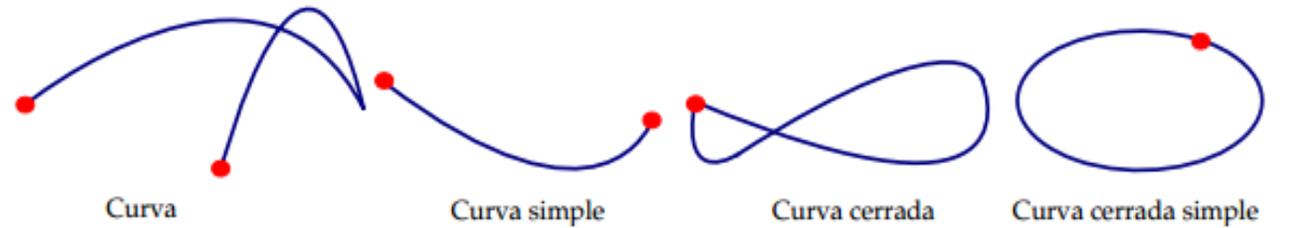
+

Geometría

Topología

El nudo matemático

- ▶ Un nudo es una curva simple y cerrada en el espacio tridimensional.
- ▶ Se puede representar en dos dimensiones indicando los cruces.



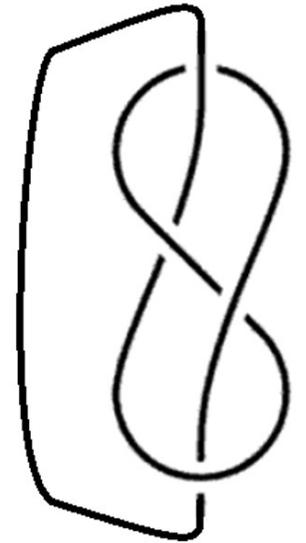
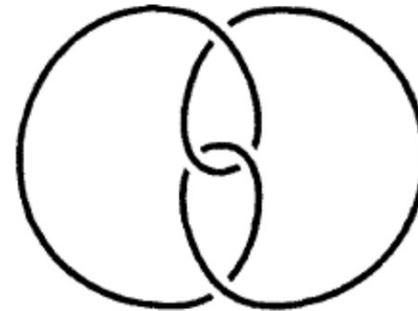
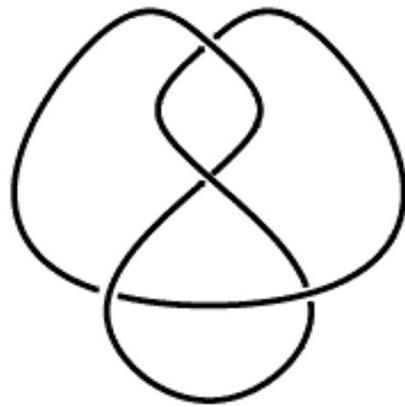
El nudo gordiano de Haken

- ▶ Geometría: distancias, giros, rizados, ángulos, curvatura.
- ▶ Topología: conexiones, número de cruces, dentro, fuera, propiedades que se conserven al moldear el nudo.



Nudos esencialmente iguales

- ▶ Intuitivamente sabemos que dos nudos son equivalentes si podemos deformar uno en el otro sin romper la cuerda.
- ▶ ¿Cómo traducir esto matemáticamente?

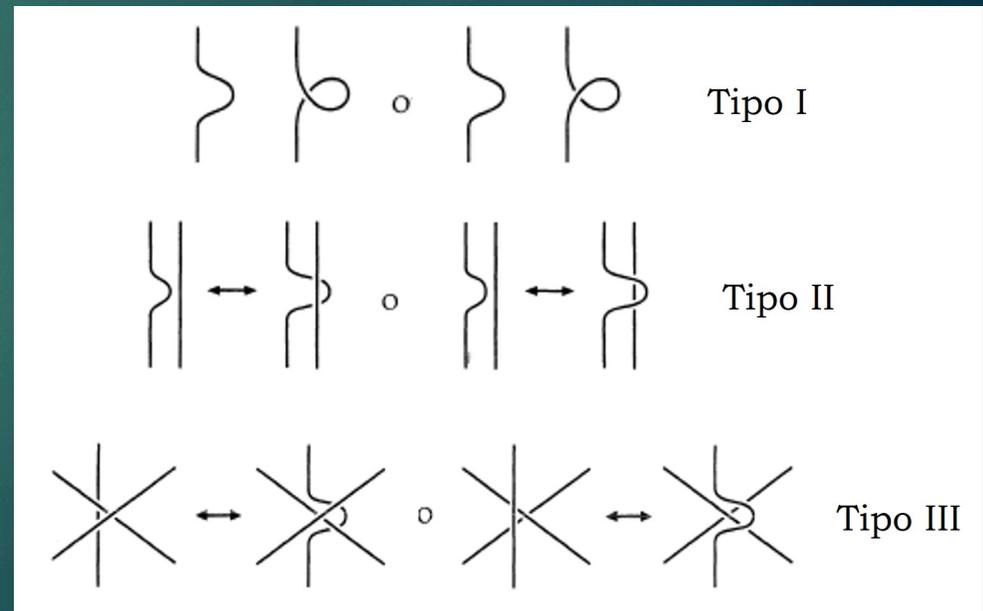




Kurt Werner Friedrich Reidemeister

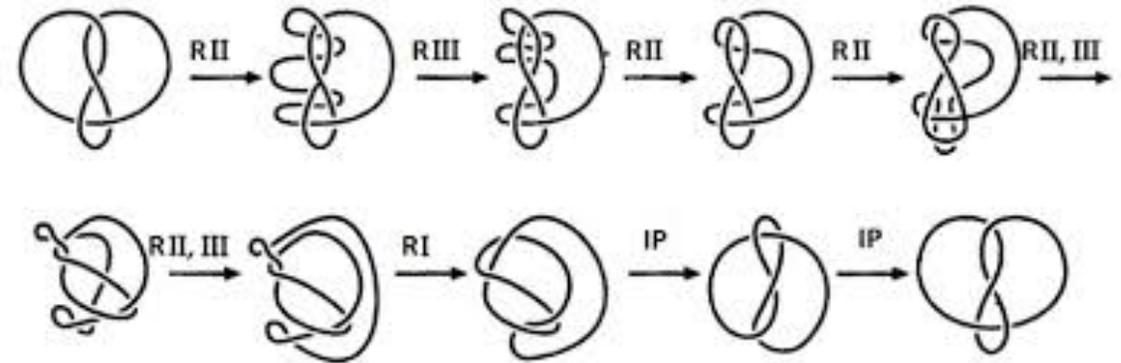
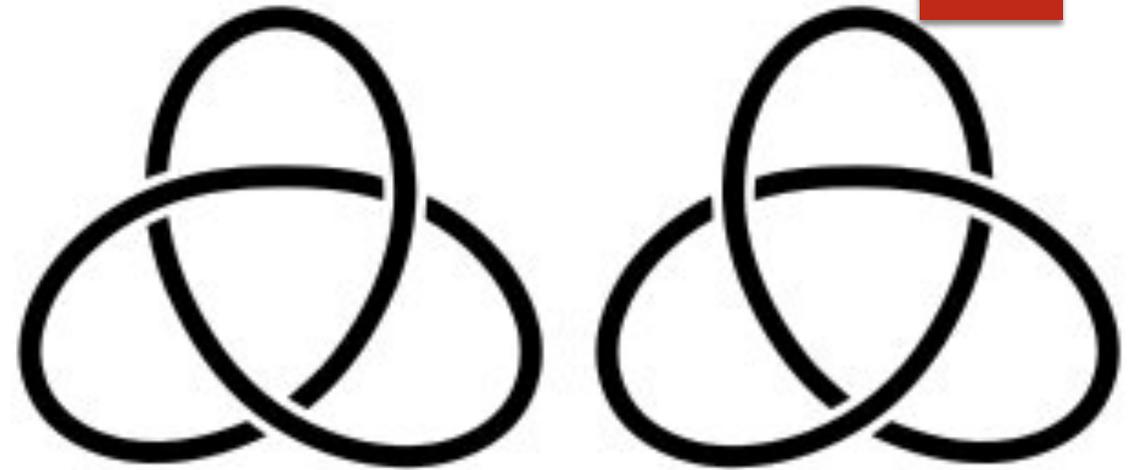
Matemático
alemán nacido en
1893.

Determinó los
movimientos que
dejan invariante al
nudo.



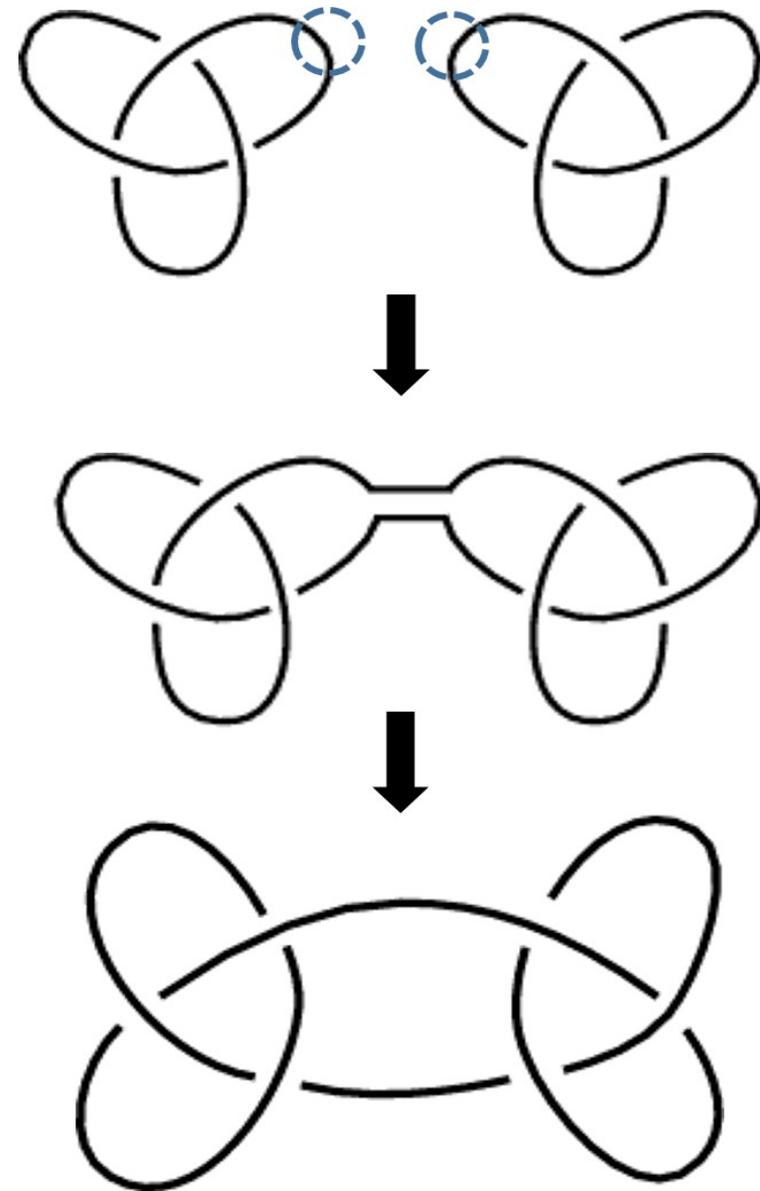
Nudos frente al espejo

- ▶ Un nudo se dice quiral si NO se puede transformar en su imagen especular mediante un número finito de movimientos de Reidemeister.
- ▶ De ser posible, se dice que el nudo es anfiqueiral.
- ▶ El nudo trébol es quiral.
- ▶ El nudo 8 es anfiqueiral



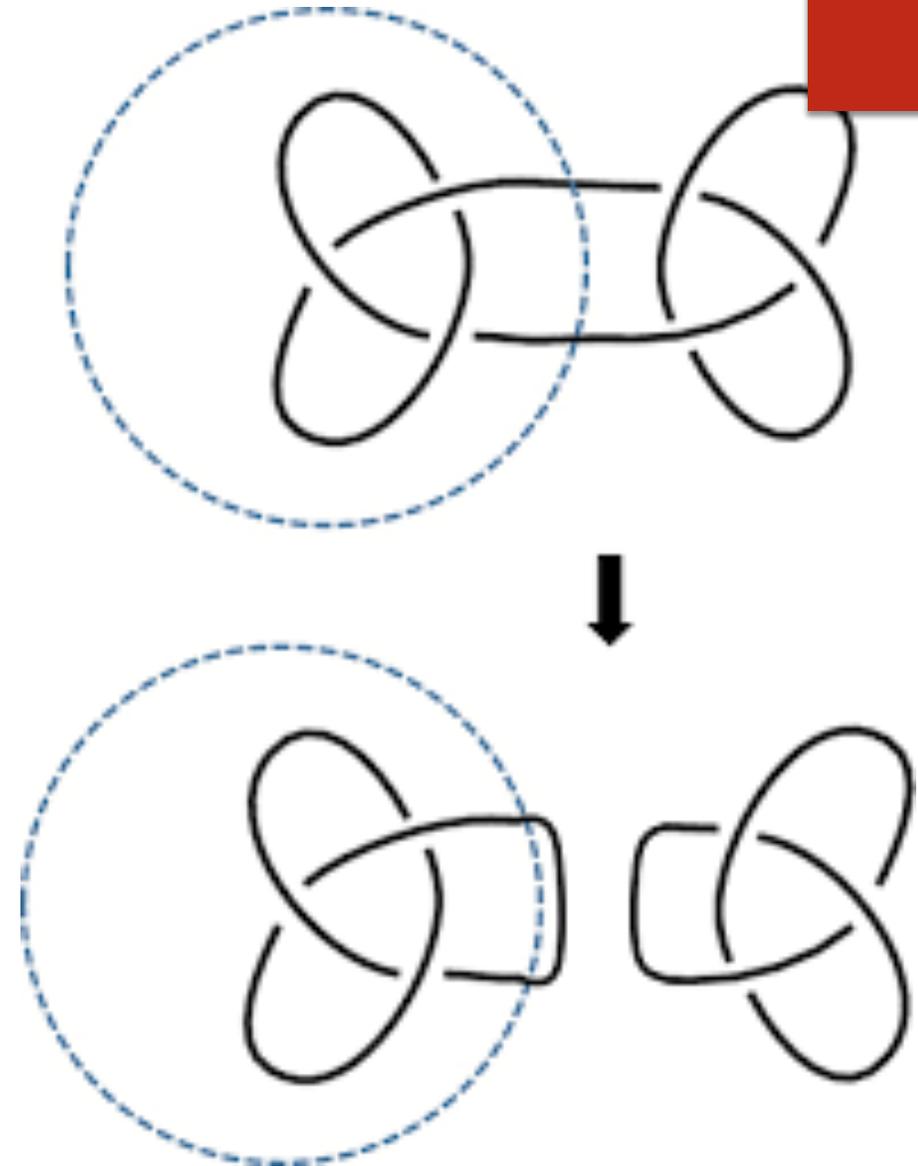
Suma conexa de nudos

- ▶ Entre dos nudos puede establecerse una operación llamada suma conexa, que une dos nudos en otro más complejo.
- ▶ De manera inversa, podemos descomponer un nudo en dos más sencillos.
- ▶ Esto nos da una forma de clasificar nudos muy similar a la de los números



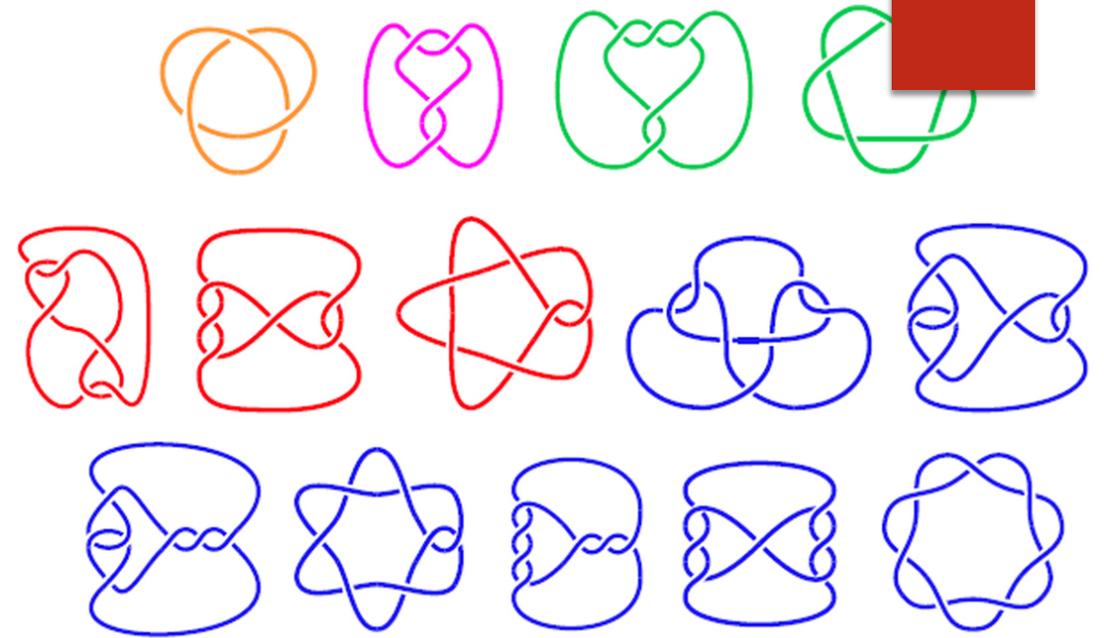
Nudos primos y compuestos

- ▶ Se dice que un nudo es primo si no se puede descomponer en dos nudos no triviales.
- ▶ Si dicha descomposición es posible se dice que el nudo es compuesto

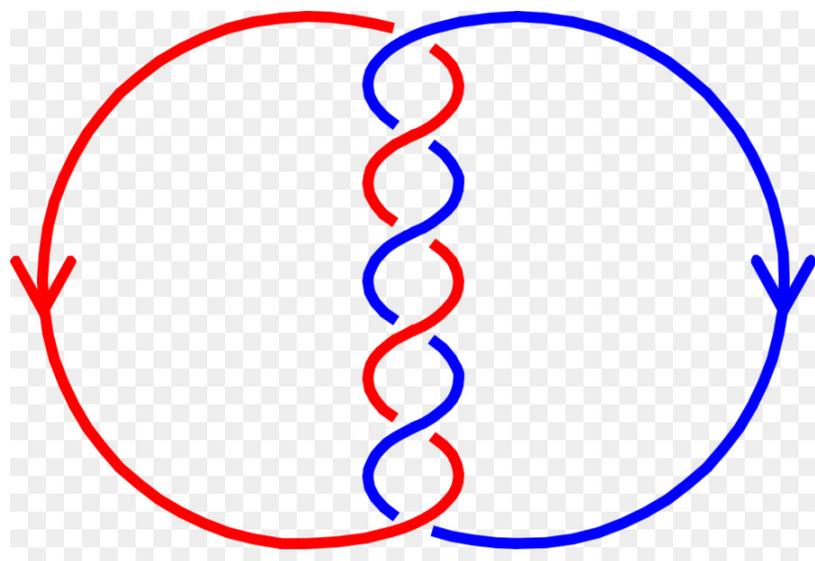
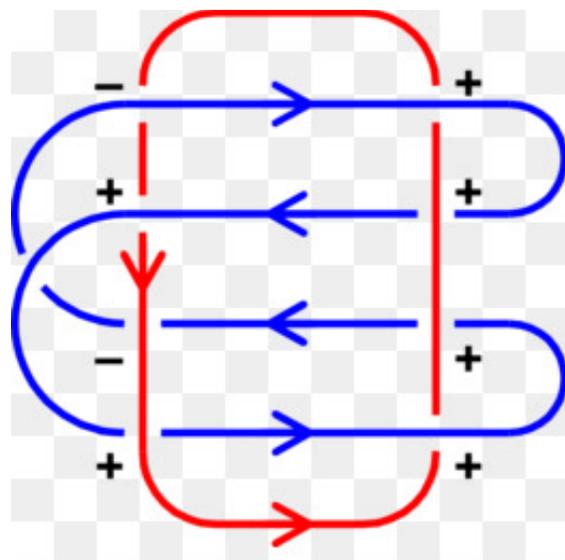
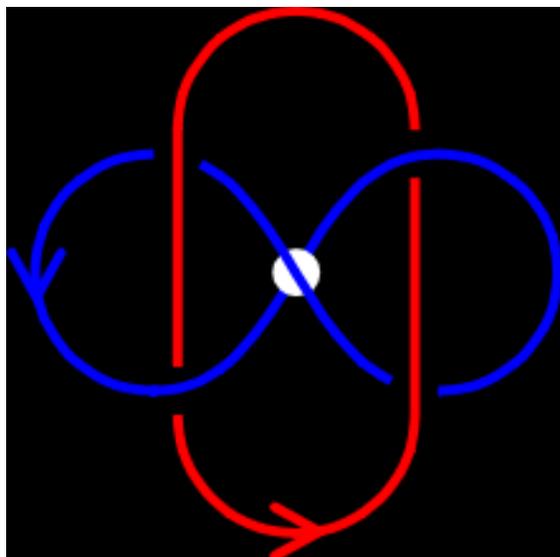


Desde la teoría de la complejidad...

- ▶ Encontrar todos los nudos primos con n cruces para todo n es un problema de gran complejidad.
- ▶ Un pequeño aumento de n conlleva un gran aumento en el número de nudos que tienen n cruces



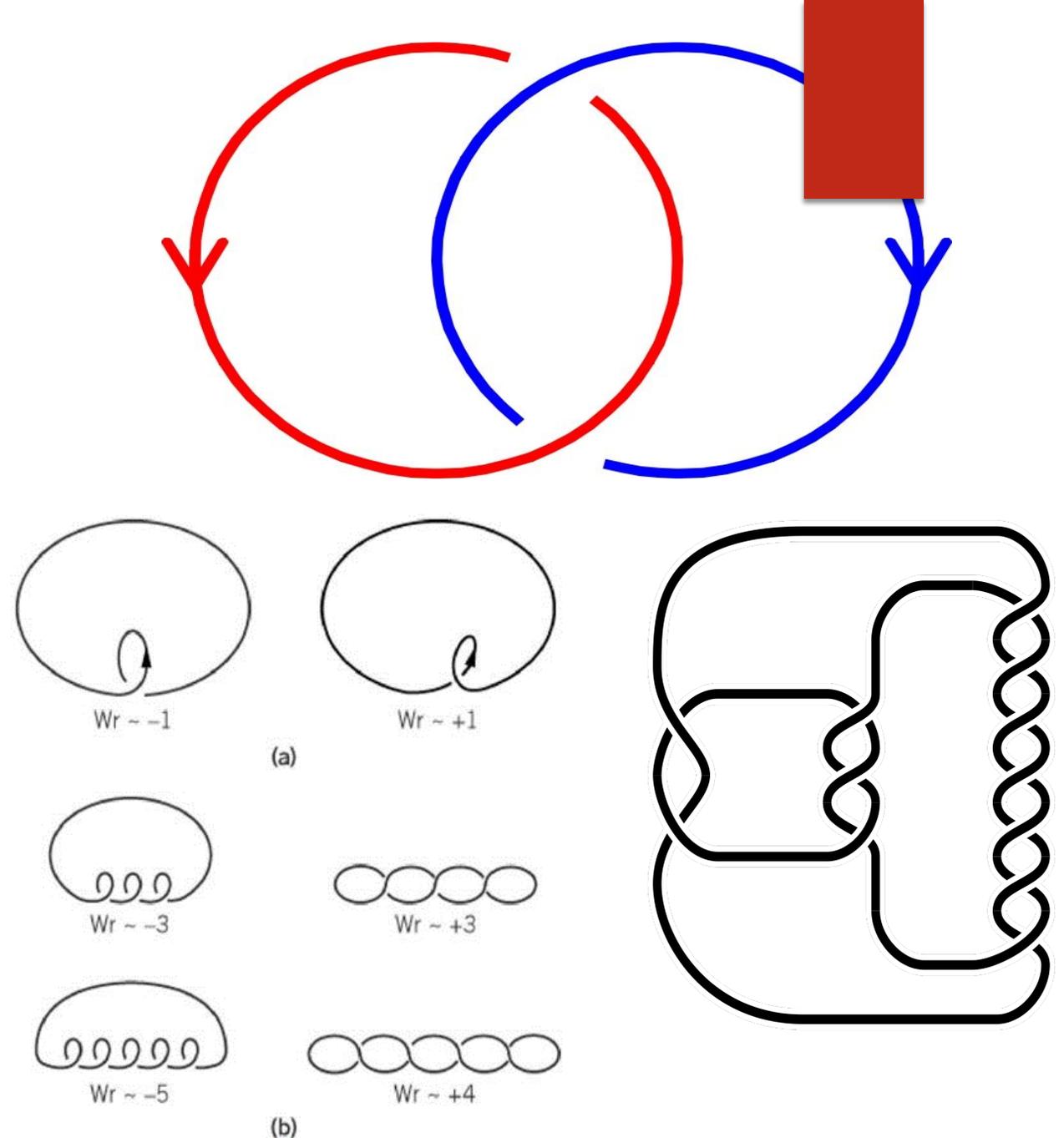
Número cruces	3	4	5	6	7	8	9
Número nudos	1	1	2	3	4	21	49
Número cruces	10	11	12	13	14	15	16
Número nudos	165	552	2.176	9-998	46.972	253.293	1.388.705



Sistemas de
nudos
entrelazados

Enlaces, giros y rizos

- ▶ Dados dos nudos entrelazados, se define el número de enlace (L) como el número mínimo de veces que hay que cortar (con pegado posterior) para separar los dos nudos.
- ▶ El número de rizos (W) se define como el número de veces que el nudo se refuerce sobre sí mismo.
- ▶ El número de giros (T) es el número de vueltas que un nudo da sobre el otro.



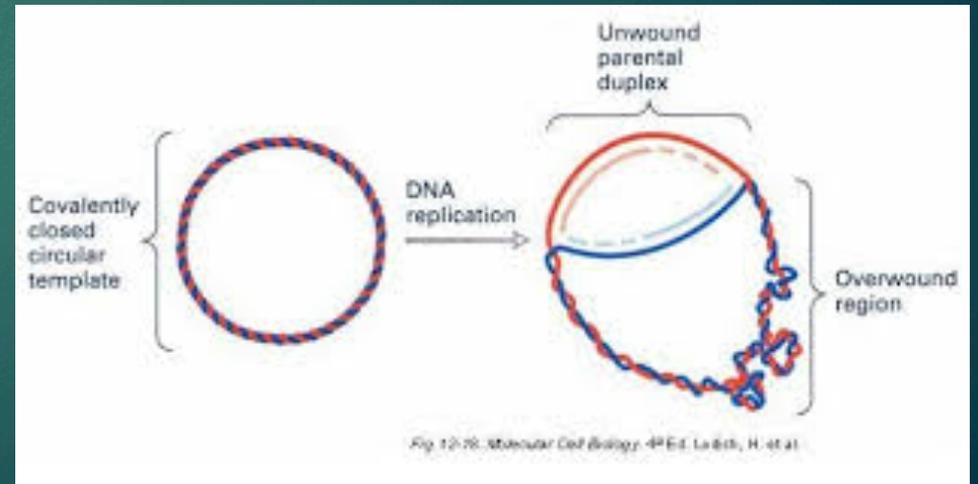
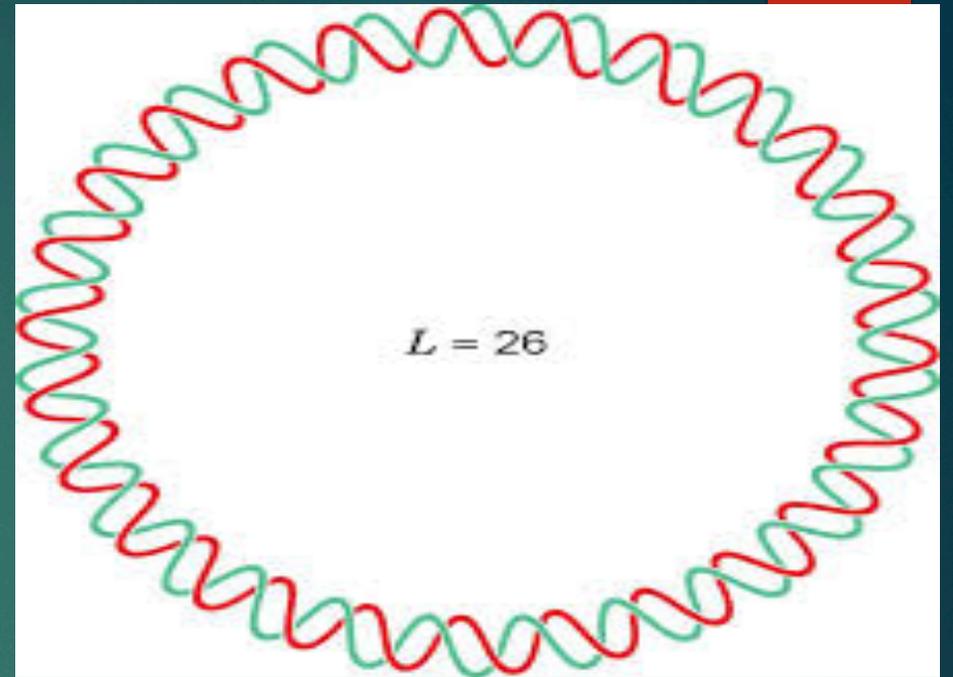
Teorema de White

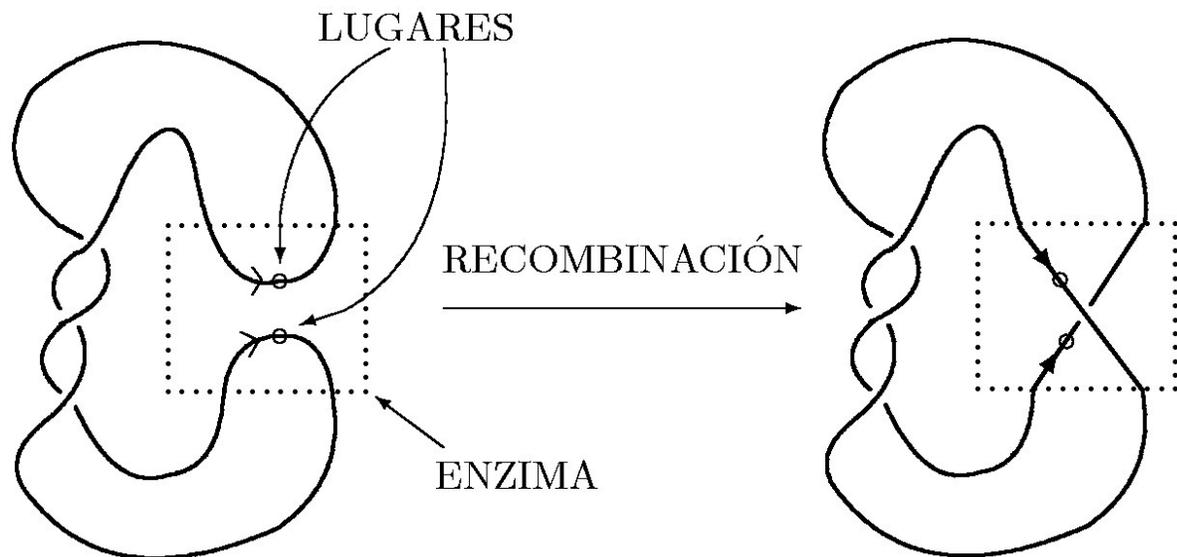
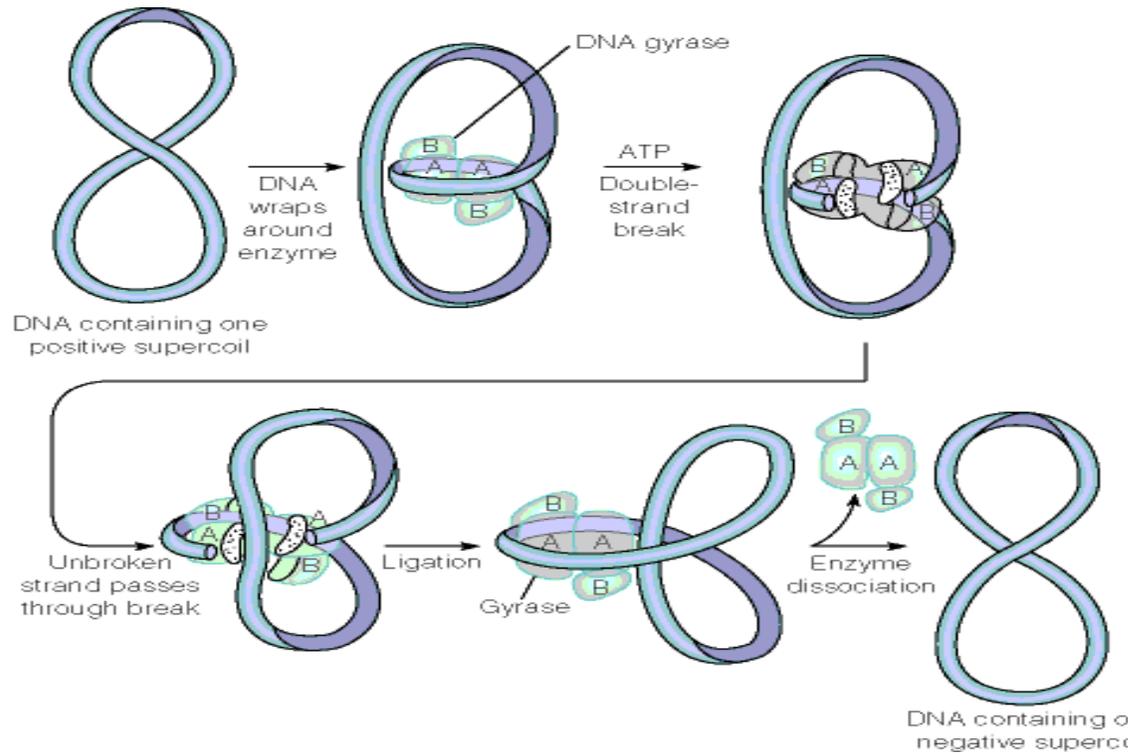
$$T + W = L$$

O lo que es lo mismo:
Geometría + Geometría = Topología

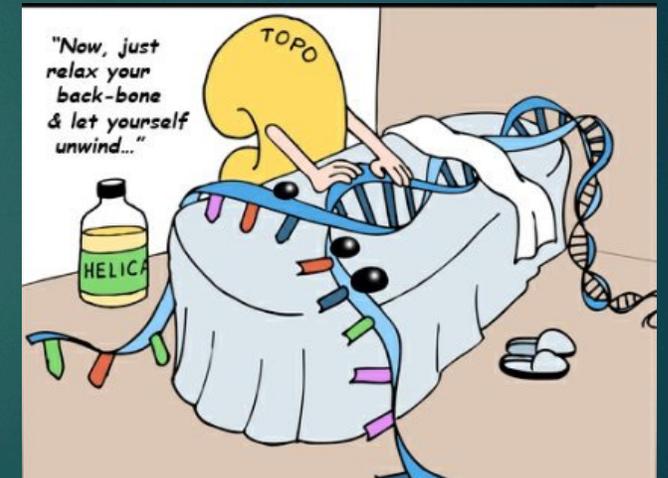
T real
W real
L ¡Entero!

Esta restricción tiene un gran valor intrínseco.





Biología y Topología



¡Muchas gracias!



2008

©COURTNEY GIBBONS