

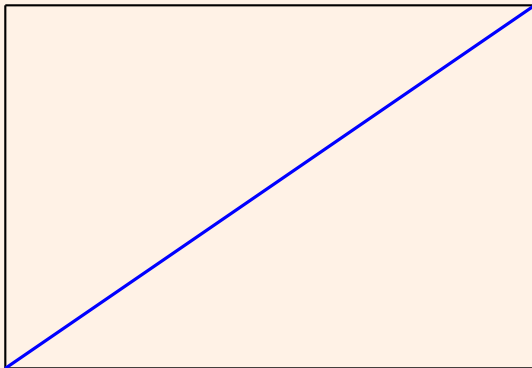
UN PASEO POR LA DIAGONAL

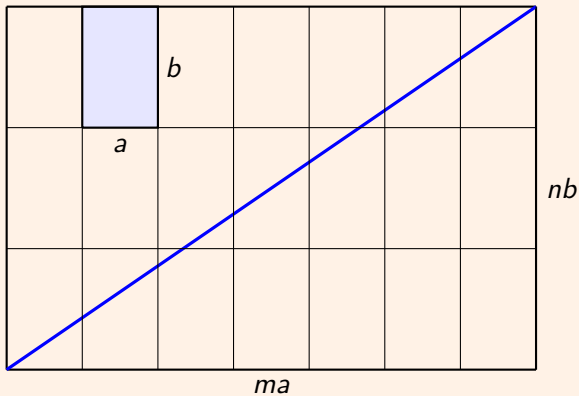
Antonio Martín
Universidad de La Laguna

Un fisquito de Matemáticas

7 Noviembre 2019

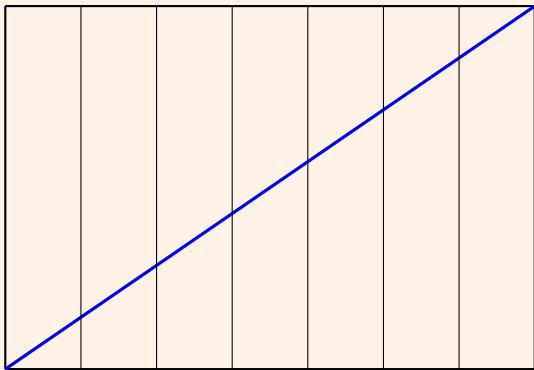




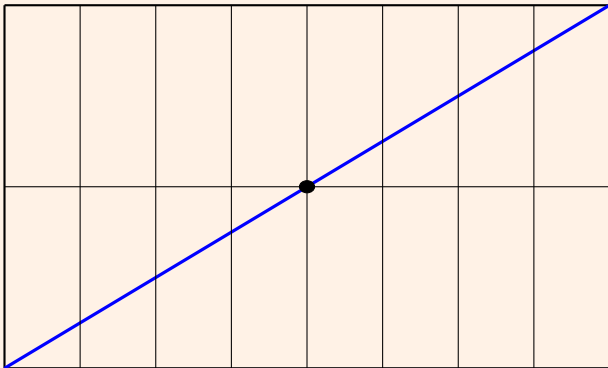


¿Cuántas baldosas atraviesa la diagonal?: δ

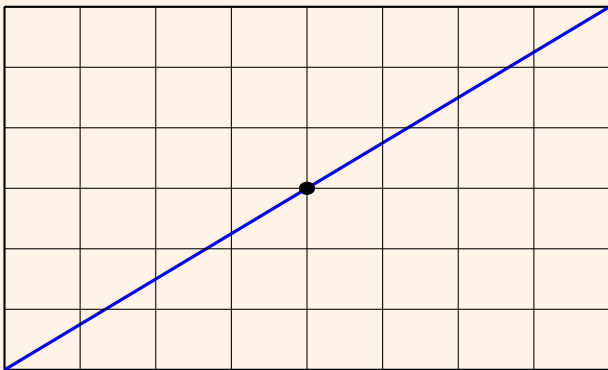
Ejemplo: $m = 7$ y $n = 1$. Es $\delta = 7$



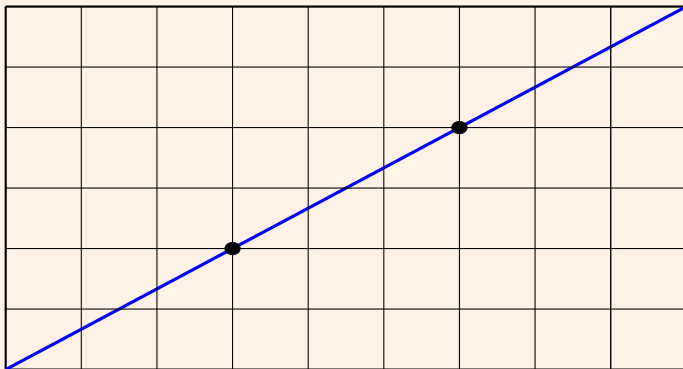
Ejemplo: $m = 8$ y $n = 2$. Es $\delta = 8$



Ejemplo: $m = 8$ y $n = 6$. Es $\delta = 12$

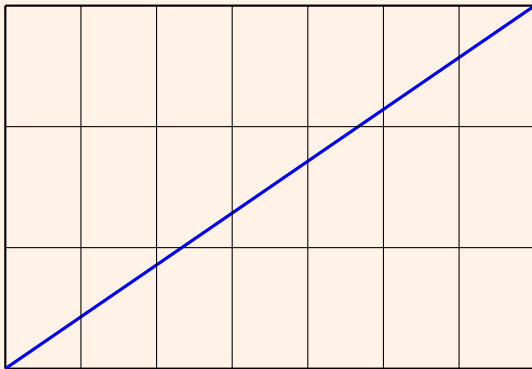


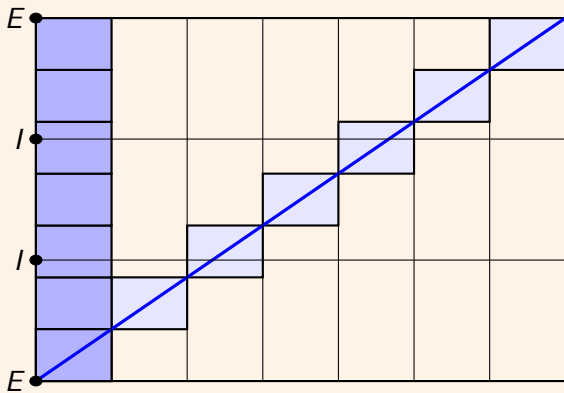
Ejemplo: $m = 9$ y $n = 6$. Es $\delta = 12$



Primero suponemos que la diagonal no pasa por ningún nodo interior.

Eso significa que m y n son primos entre sí.





$$\delta = 9$$

Cada rectángulo diagonal está incluido en una baldosa, salvo los $n - 1$ que tienen un nodo intermedio y que se solapan con dos.
Luego

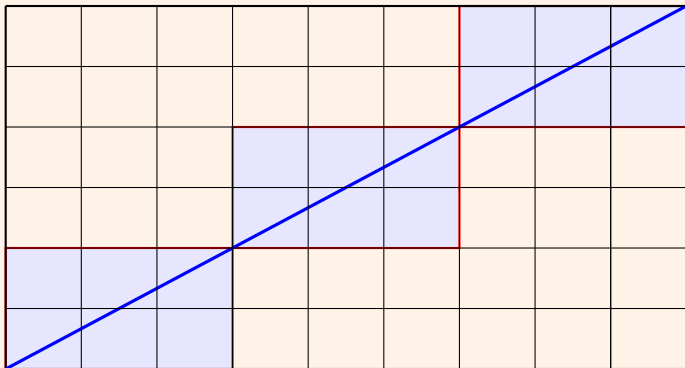
$$\delta = m + n - 1 .$$

El resultado no depende

- ▶ del tamaño $a \times b$ de las baldosas
- ▶ del tamaño del rectángulo

Sólo de m y n .

CASO GENERAL. Ejemplo: $m = 9$ y $n = 6$. Es $\delta = 12$



Se forman $d = \text{mcd}(m, n)$ "pequeñas mallas" (= la diagonal no pasa por nodos interiores) de tamaño

$$\frac{m}{d} \times \frac{n}{d} .$$

En cada "pequeña malla" el número de baldosas que atraviesa la diagonal es

$$\frac{m}{d} + \frac{n}{d} - 1 .$$

Luego el número de baldosas que atraviesa la diagonal es

$$\delta = d \left(\frac{m}{d} + \frac{n}{d} - 1 \right) = m + n - d .$$

Gracias!